傾斜型回転軸を有する多軸工作機械構造の解析
- 5 面加工可能性の考察 -

金沢大学　○若井　尚希，◎高杉　敬吾，浅川　直紀

要旨

近年，多軸工作機械の諸特性の向上を目的として，傾斜型回転軸を有する多軸工作機械が開発されている．しかし，傾斜が加わることで 5 面加工が不可能となる構造が存在し，その機械構造と 5 面加工可能性との相互関係はいまだ把握されていない．有用な特性を持つ構造の探索にはこの相互関係を定式化することが不可欠である．本報では，傾斜型回転軸を有する多軸工作機械の姿勢を対象とし，5 面加工可能条件について報告する．

1. 緒言

近年，複雑形状部品の加工精度や加工効率などの要求を満たすため，複合加工機や 5 軸工作機械を用いた高効率，高精度加工が広く用いられている．5 軸工作機械は一般的に，並進 3 軸と回転 2 軸（並進 X, Y, Z 軸と回転軸 A, B, C 軸から 2 つ）が全て直交している軸構成となっている．その一般的な軸構成を持つ，5 軸工作機械の例を図 1(a) に示す．並進 3 軸による工具の位置決め，回転 2 軸による工作物に対する工具の相対的な姿勢を決めることで，5 面加工を可能としている．

さらに，最近では従来の 5 軸工作機械に対して，傾斜型 5 軸工作機械が開発されている．傾斜型 5 軸工作機械は図 1(b) に示すように，回転軸が並進 3 軸に対して傾斜した，すなわち直交していない軸構成が特徴である．この構成では，従来の 5 軸工作機械に対して軸構成の自由度が高まり，加工スペースや剛性などの諸特性の向上が期待されている．直交 5 軸工作機械において，軸構成と 5 面加工可能性の相関関係は把握されている [1),2)]．しかし，傾斜型 5 軸工作機械においては，その相関関係はいまだ把握されていないのが現状である．そこで本研究では，傾斜型 5 軸工作機械の 5 面加工可能条件の定式化を目的する．5 面加工可能性は位置と姿勢に分けて考えることができ，本報では，2 つの傾斜回転軸によって決まる工具姿勢についてのみ，まずは 5 面加工可能条件の定式化を行ったので報告する．

2. 形状創成関数

形状創成理論により工具 - 工作物間の相対位置，姿勢を表す形状創成関数が一意に求まる． X, Y, Z 方向の並進運動の座標変換行列を $\boldsymbol{A}^1, \boldsymbol{A}^2, \boldsymbol{A}^3$ とし， Y 軸， Z 軸まわりの回転運動の座標変換行列を $\boldsymbol{A}^5, \boldsymbol{A}^6$ とすると，図 1(a) に示すような構造の 5 軸加工機の場合，形状創成関数は式 (1) のように表せる．

$$\boldsymbol{r}_W = \boldsymbol{A}^6\boldsymbol{A}^5\boldsymbol{A}^1\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{A}^3\boldsymbol{r}_T \tag{1}$$

ただし， $\boldsymbol{r}_W, \boldsymbol{r}_T$ はそれぞれ工作物座標系，工具座標系における工具の位置ベクトルを表す．並進 3 軸と回転 2 軸によるそれぞれの変位を x, y, z, θ, ϕ とするとき，工作物座標系における，工具の姿勢ベクトル $\boldsymbol{T}(\theta, \phi)$ と位置ベクトル $\boldsymbol{P}(x, y, z, \theta, \phi)$ が定義される．ここで，本研究では変数の少ない姿勢に着目し，姿勢に関する 5 面加工可能性のみを扱う．図 1(a) における $\boldsymbol{T}(\theta, \phi)$ は，式 (2) のように表せ，この軌跡は単位球を表す．

$$\boldsymbol{T}(\theta,\phi) = \boldsymbol{A}^6(\theta)\boldsymbol{A}^5(\phi)\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta\sin\phi\\ \sin\theta\sin\phi\\ \cos\phi\end{bmatrix} \tag{2}$$

3. 5 面加工可能性の定義

本研究では，5 面加工可能とは，工作物に対して工具が任意の姿勢で任意の位置へ移動できることをし，工作物が固定されている下面を除く，前後，左右，上面の 5 面に垂直な姿勢まで最低限，工具が向くことが可能な状態と定義する．つまり，工具が初期姿勢からどの方向にも 90° 以上回転できる状態である．

$\boldsymbol{T} = [\ t_x\ t_y\ t_z\ ]^T$ を基底とする空間を姿勢空間とすると， $\boldsymbol{T}$ の大きさは常に 1 であるので，その空間上を $\boldsymbol{T}$ が描く軌跡は単位球面上を動く．従って，任意の傾斜型 5 軸加工機構造を設定したときに，この軌跡が半球以上の球面を含むとき，姿勢に関して 5 面加工可能であると定義できる．すなわち，姿勢に関する 5 面加工可能性を幾何的に解析することができる．

4. 姿勢に関する 5 面加工可能条件

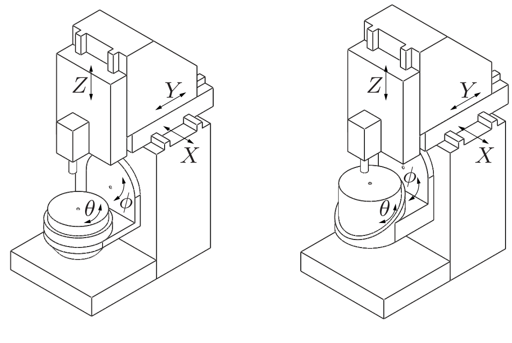
ここからは幾何的アプローチを用いるために，回転運動によるとり得る姿勢を軌跡に置きかえ，姿勢空間における幾何的な定義を示す．式 (2) は式 (3) のように変形でき， $\boldsymbol{C}^5(\phi)$ は XZ 平面上の単位円を表す．

$$\boldsymbol{T}(\theta,\phi) = \boldsymbol{A}^6(\theta)\boldsymbol{A}^5(\phi)\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \boldsymbol{A}^6(\theta)\boldsymbol{C}^5(\phi) \tag{3}$$

式 (3) は $\boldsymbol{T}$ を表す 2 つのパラメータ θ, ϕ を 2 つに完全に分離できることを示し，図 1(a) で示した軸構成に限らず，傾斜型を含むすべての軸構成で成り立つ．従って，式 (3) の一般化として，式 (4) を得る．

$$\boldsymbol{T}(\theta,\phi) = \boldsymbol{R}(\theta)\boldsymbol{R}(\phi)\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \boldsymbol{R}(\theta)\boldsymbol{C}(\phi) \tag{4}$$

ここで， $\boldsymbol{R}$ はロドリゲスの回転公式であり，座標軸まわりに限らない，任意の回転軸まわりの回転運動の座標変換行列を表し， X 軸， Y 軸， Z 軸まわりの回転運動の座標変換行列



(a) Orthogonal BC type　　(b) Slanted BC type

Fig.1 Construction of 5-axis machine tool

$\boldsymbol{A}^4, \boldsymbol{A}^5, \boldsymbol{A}^6$ の一般化と考えられる．また，ここでは回転運動の座標変換における回転軸を，形状創成連鎖における工作物，工具側に構成される回転軸をそれぞれ θ 軸，ϕ 軸とする．さらに，単に回転軸を指すとき，物理的な機械要素ではなく，数学的な，$\boldsymbol{R}$ の回転中心軸を表す．これらにより，姿勢空間における幾何的アプローチができる．

$\boldsymbol{C}(\phi)$ は $[\,0\ 0\ 1\,]^T$ を ϕ 軸まわりに回転させてでできる円で，t_z 軸と交わる単位球上の円となり，式 (5) のように表せ，図 2(a) のようになる．

$$\boldsymbol{C}(\phi) = \begin{bmatrix} n_{\phi x} n_{\phi z}(1-\cos\phi) + n_{\phi y}\sin\phi \\ n_{\phi y} n_{\phi z}(1-\cos\phi) - n_{\phi x}\sin\phi \\ n_{\phi z}^2(1-\cos\phi) + \cos\phi \end{bmatrix} \tag{5}$$

ただし，$\boldsymbol{n}_\theta = [\,n_{\theta x}\ n_{\theta y}\ n_{\theta z}\,]^T$，$\boldsymbol{n}_\phi = [\,n_{\phi x}\ n_{\phi y}\ n_{\phi z}\,]^T$ はそれぞれ θ 軸，ϕ 軸の単位方向ベクトルである．

$\boldsymbol{C}(\phi)$ を θ 軸まわりに回転させてできる包絡面 $\boldsymbol{T}(\theta,\phi)$ が半球を含む条件を考える．$\boldsymbol{C}(\phi)$ が θ 軸と交わるとき軌跡は球冠となり，交わらないとき球帯となる．ここで，球冠とは，1 つの平面で切り取った球面の部分であり，球帯とは，平行な 2 つの平面で挟まれた球面の部分である．$\boldsymbol{T}(\theta,\phi)$ が半球を含むためには球冠になる必要があるため，$\boldsymbol{C}(\phi)$ は θ 軸と交わらなければならない．このとき，ある θ に対して式 (6) が成り立ち，図 2(b) のようになる．

$$\boldsymbol{C}(\phi) = \boldsymbol{n}_\theta \tag{6}$$

式 (6) を解くことで式 (7) が得られる．

$$\boldsymbol{n}_\theta \cdot \boldsymbol{n}_\phi = n_{\phi z} \tag{7}$$

ここで，$\boldsymbol{n}_\theta \cdot \boldsymbol{n}_\phi$ は θ 軸と ϕ 軸のなす角をであり，さらに，$n_{\phi z}$ は，便宜上，式 (8) のように表せる．

$$n_{\phi z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_{\phi x} \\ n_{\phi y} \\ n_{\phi z} \end{bmatrix} \tag{8}$$

すなわち，$n_{\phi z}$ は t_z 軸と ϕ 軸のなす角を表現していると見ることができる．

$\boldsymbol{T}(\theta,\phi)$ が球冠になるとき，図 3(c) のように，球冠の頂点は θ 軸と球面の交点となり，工作物に対して工具は θ 軸方向から，θ 軸と ϕ 軸のなす角の倍の角度だけ回転することができることが分かる．球冠が半球を含むには，θ 軸と ϕ 軸のなす角が 45° 以上必要であり，式 (9) のように表せる．

$$-\cos(\pi/4) \leqq \boldsymbol{n}_\theta \cdot \boldsymbol{n}_\phi \leqq \cos(\pi/4) \tag{9}$$

式 (7)(9) を満たすとき，姿勢に関して 5 面加工可能となり，その条件は式 (10) のように表せる．

$$-\cos(\pi/4) \leqq \boldsymbol{n}_\theta \cdot \boldsymbol{n}_\phi = n_{\phi z} \leqq \cos(\pi/4) \tag{10}$$

式 (10) を構造上の表現に戻すと，姿勢空間と工作物座標系は一致するので，姿勢に関する 5 面加工可能条件は以下の 2 つになる．

(i) θ 軸と ϕ 軸，Z 軸と ϕ 軸のなす角が等しいこと．

(ii) θ 軸と ϕ 軸のなす角が 45° 以上であること．

5. 5 面加工可能条件の考察

本研究で用いた 5 面加工可能の定義では，工作物に対して工具は，完全には任意の姿勢をとることができない．そのため，工具が初期姿勢から工作物に対してどの方向にも 180° 回転できる条件も考察する．$\boldsymbol{T}(\theta,\phi)$ が球冠となるとき，工作物に対して工具は θ 軸方向から，θ 軸と ϕ 軸のなす角の倍の角度だけ回転することができるため，工具が工作物に対して回転できる角度は，θ 軸と ϕ 軸のなす角とのトレードオフの関係になっていることが分かる．また，工具が工作部に対してどの方向にも 180° 回転できるためには θ 軸と ϕ 軸が直交している必要がある．よって，従来の直交型 5 軸工作機械では，構造によるとり得る姿勢の制限はないが，回転軸に傾斜を加える場合，構造によりとり得る姿勢に制限がかかるため，姿勢がどの程度まで必要かを考慮し，構造を決定する必要があると考えられる．

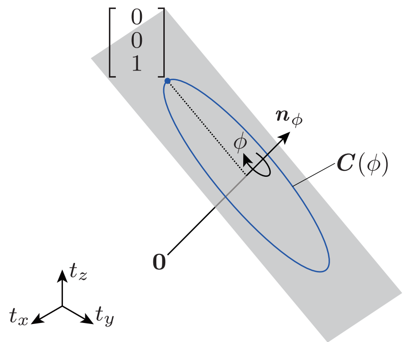
6. 結言

本研究では，傾斜型 5 軸工作機械に対し，形状創成関数により求まる工作物座標系における工具の姿勢を幾何的な問題と考え，5 面加工可能条件を回転軸と Z 軸のなす角の条件に帰着させ，5 軸工作機械構造の幾何学的な解析による 5 面加工可能条件の定式化ができた．

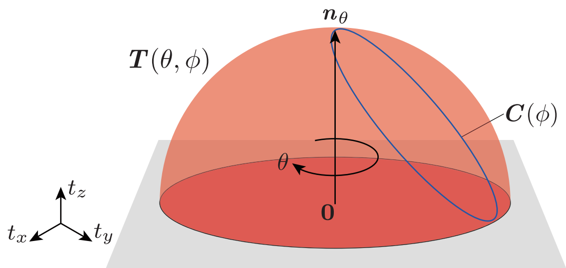
参考文献

1) 長坂学，竹内芳美：形状創成関数に基づく 5 軸制御加工用一般化ポストプロセッサの研究，精密工学会誌，62，11（1996），1607－1611

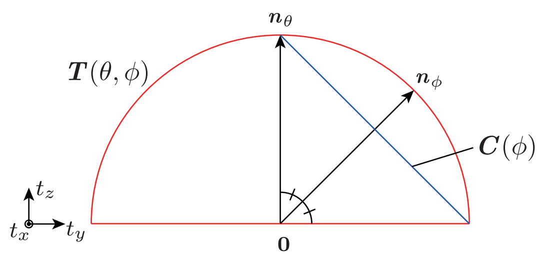
2) 稲崎一郎，岸浪健史，坂本重彦，杉村延広，竹内芳美，田中文基：工作機械の形状創成理論 ―その基礎と応用―，養賢堂（1997）



(a) Circle trajectory obtained by rotation around ϕ axis



(b) Envelope surface obtained by rotation around θ axis



(c) View on $\boldsymbol{n}_\theta$ - $\boldsymbol{n}_\phi$

Fig.2 Example of partial sphere formed by two rotation axis