

Whispering Gallery Mode 共振を利用したマイクロ球形直径計測—環境温度変化の影響—

東京大学 ○桃崎優太郎, 小林夢輝, 儲博瑛, 道畑正岐, 高増潔, ◎高橋哲

要旨

本研究の目的は, Whispering Gallery Mode (WGM) 共振と呼ばれる光の共振現象を利用してマイクロ球の球径を正確に計測することである. その際, 取得情報である共振波長, 及び実際の球径には一般に温度依存性があり, 温度環境を加味した計測手法を確立することがサブナノオーダーの高精度計測のためには不可欠である. 本報では, 温度の測定誤差が本計測手法に対してどれほど影響するかを検討し, 温度依存性を考慮した計測手法の確立を目指す.

1. 背景

近年, マイクロスケールの部品加工技術の進歩に伴い, 製作された部品の形状・寸法評価のために高い精度を持つ計測技術の需要が増加している. とくにマイクロ球は, 三次元形状計測技術の装置校正にも用いられ, 球の絶対寸法を高い精度を高精度で評価することが求められる.

従来の球計測技術について, 数 $10\ \mu\text{m}$ スケールの球に対しては多くの計測手法が提案されている. その筆頭は, 干渉計測をベースとした手法である. そのほかにも, マイクロスケールの球では接触式プローブの三次元計測, 2 物体で挟む方法, 光学投影法, 白色干渉計, 三球法などが提案されている. このような測定法は, それぞれ $100\ \text{nm}$ 以下の高い精度を持ち, 中には数 $10\ \text{nm}$ 程度の精度でマイクロ球を評価可能な手法も存在する. しかし, 標準となる球のための計測手法としては, 更に高い精度をもつ計測手法が必要である. そこで, 本研究では Whispering Gallery Mode(WGM)共振を利用した計測手法[1]に着目し, 環境温度変化による共振波長シフトが及ぼす直径のずれへの影響を考察する. 具体的には, 温度変化による直径の測定誤差の影響を評価する理論モデルを構築し, そのモデルの妥当性を実験により検証した.

2. 計測原理

2.1 Whispering gallery mode 共振

マイクロ球の直径を計測する手法として, Whispering Gallery Mode (WGM) 共振を用いた手法を紹介する. WGM は, 光が球の表面付近を周回し強く共振するようなモードであり, $10^7\sim 10^9$ もの高い Q 値 ($=\lambda/\Delta\lambda$) を持つことが特徴である.

球内の WGM には三つの発振モードが存在する: 伝搬する光の進行方向に沿う角度モード (図 1b), 光の進行方向に対して横方向の方位角モード (図 1c), および半径モード (図 1d) の三種類である. これら三種類のモードは, それぞれ整数により特徴付けられる. そのほかにも, 球内を伝搬する光の偏光により TE (Transverse Electric) と TM (Transverse Magnetic) の二つのモードが存在する. TE-WGM では電場が球の表面に対し平行に振動し, TM-WGM では磁場が球の表面に対し平行に振動する.

2.2 計測の基礎原理

WGM 共振は, 特定の波長を持つ光を照射する場合に限って励起される. 図 1.b のように l 個の波が円周上を周回している場合, 球の屈折率を n_s 、波長を λ とすると, 球の直径は近似的に

$$D = \frac{\lambda l}{\pi n_s} \quad (*)$$

と表すことができ, この式を解くことで球の屈折率と波長から直径を求めることができる. より正確に直径を求めるには空気の屈折率も考慮に入れている分散式を用いる必要があり, 球の屈折率と空気の屈折率と直径を既知とすれば, WGM 共振波長は分散式によって

先験的に決定される. 分散式は電場あるいは磁場の半径成分が恒等的に 0 であるという条件から TE, TM モードのそれぞれに対し導出され, 以下で与えられる[2].

TM モードにおける分散式:

$$\frac{\mu_1}{k_1^2 j_l(\rho_1)} \frac{\partial}{\partial \rho_1} [\rho_1 j_l(\rho_1)] = \frac{\mu_0}{k_0^2 h_l^{(1)}(\rho_0)} \frac{\partial}{\partial \rho_0} [\rho_0 h_l^{(1)}(\rho_0)]$$

TE モードにおける分散式:

$$\frac{1}{\mu_1 j_l(\rho_1)} \frac{\partial}{\partial \rho_1} [\rho_1 j_l(\rho_1)] = \frac{1}{\mu_0 h_l^{(1)}(\rho_0)} \frac{\partial}{\partial \rho_0} [\rho_0 h_l^{(1)}(\rho_0)]$$

ここで, $j_l(\rho)$ は球 Bessel 関数, $h_l^{(1)}(\rho)$ は第一種球 Hankel 関数, 添数 l は角度モード数である. ρ はサイズパラメータ ($= \pi d n_{1,0} / \lambda_0$), λ_0 は真空中の入射光波長, n は屈折率, d は球の直径, 添え字の 1, 0 について, 1 が球内, 0 が球外を意味する.

WGM 共振波長の計測値を分散式から得られた理論値と比較しフィッティングさせることで球の直径を推定する, というのが本計測手法の基礎原理である. 本計測手法の特徴は, 適用範囲が広く理論的にはあらゆる半径を持つ球形を計測可能であることに加え, WGM 共振の高い Q 値を利用して十分な計測精度を達成できる可能性を秘めていることである.

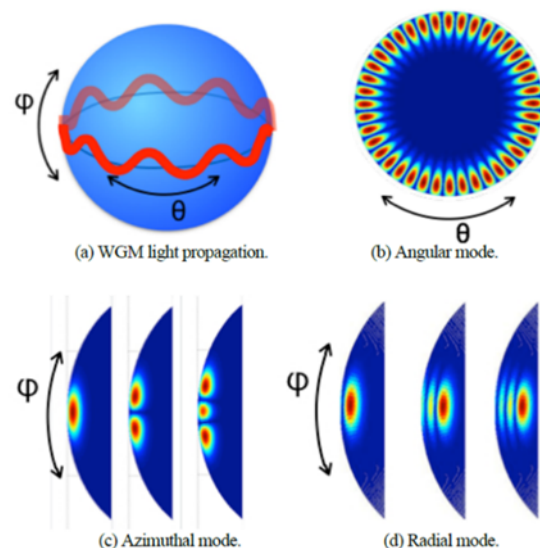


図 1 Whispering Gallery Mode 共振の様子

3. 解析モデルを用いた環境温度変化による直径計測誤差の数値解析

温度変化により球の屈折率・空気の屈折率・直径が変化するため, (*)式からわかるように温度変化前に WGM 共振を励起させていた

共振波長では WGM 共振が励起しなくなる。すなわち同じモード標数の共振波長であっても温度変化前後でずれが生じ、このずれを共振波長シフトとよぶ。共振波長シフトを定式化するため、透過光の強度を波長 λ 、球の屈折率 n_s 、空気の屈折率 n_{air} 、球の直径 D をそれぞれ波長 λ と温度 T の関数で表し、 $d\lambda/dT$ を分散式から導出する。このようにして求めた $d\lambda/dT$ に温度変化量 1°C をかけた値を温度変化による共振波長シフト量とする。共振波長とモード標数から分散式により算出した直径に温度変化分の熱膨張の影響を加味した理想的な直径と、温度変化による共振波長シフトを共振波長に加えモード標数とから分散式により算出した直径とのずれを数値解析すると図2のように 0.95 nm 程度になった。よって数値解析の結果によると球の直径計測における 10 nm オーダー精度の計測には問題が無いことを示せた。また、 $d\lambda/dT$ の値そのものを図3に示す。これ以降長さの単位について特に表記が無いものはすべて μm とする。

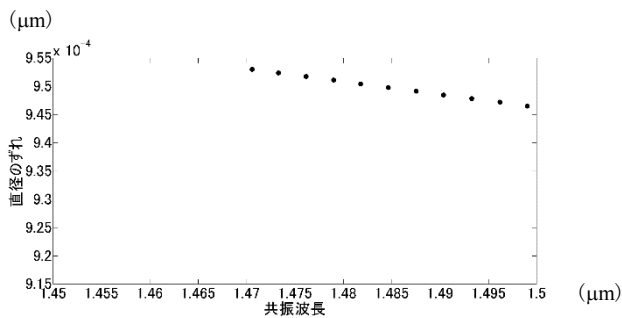


図2 直径が約 $170 \mu\text{m}$ の球において共振波長が $1.55 \mu\text{m}$ 付近になるときの $d\lambda/dT$

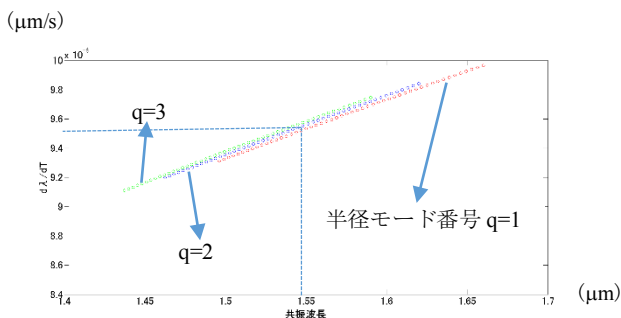


図3 直径が約 $170 \mu\text{m}$ の球において共振波長が $1.55 \mu\text{m}$ 付近になるときの $d\lambda/dT$

図3により、本研究のように波長が $1.545 \mu\text{m} \pm 200 \text{ pm}$ の範囲で実験を行った場合、モード標数がばらばらすなわちどの共振波長に注目しても共振波長シフト量が約 $9.5 \text{ pm}/^\circ\text{C}$ になることがわかるため、実験においてどの1つのピークに注目してもシフト量はほぼ変わらないといえる。そのため実験においては適当な1つのピークに着目して温度変化前後の共振波長シフト量を観察する。

4. 環境温度変化による共振波長シフトの実験的検証

図4に示す実験装置を用いて、温度を 25°C から 26°C まで空調によって管理したときの環境温度変化による共振波長シフト量を検証した。その結果を図5に示す。実験装置の都合で1分間に 0.02947 pm の共振波長シフトが発生することを踏まえると、図5の結果から温度 1°C の変化で共振波長が約 8.5 pm 変化することが示せた。

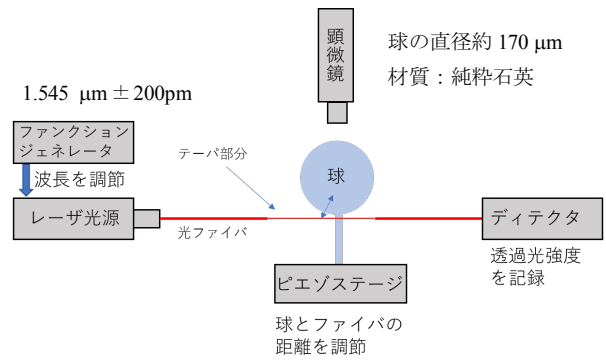


図4 実験装置の概要

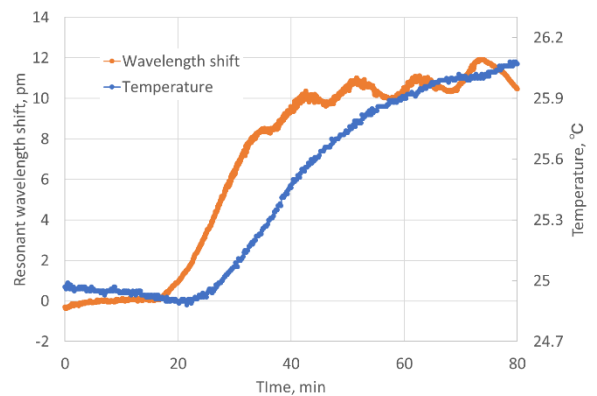


図5 80分間の温度変化と1つのピークに対する共振波長シフト

これは図3による共振波長シフト量が約 9.5 pm であるという結果とよく一致している。ただし温度の上昇より少し先に共振波長シフトが起きる・温度が 26°C 付近のとき共振波長がサインカーブ状に振動しているなどノイズのような現象については今後詳細に検討する必要がある。

5. 結言

本研究では、マイクロ球を高精度で計測できると期待される WGM 共振を利用した球径計測手法に着目し、環境温度変化による直径の誤差を数値計算により予測する解析モデルの構築を目的とし、実験によりそのモデルの妥当性を検証した。この解析モデルによると、直径 $170 \mu\text{m}$ のとき 1°C の温度変化による直径の計測誤差は 0.95 nm 程度なので、目標としている 10 nm 精度の計測誤差には影響を及ぼさないとはいえる。なお、本稿の内容のうち、登壇者は数値解析モデルの構築・先輩の補佐を受けた実験の実施・実験結果の解析の部分を担当した。

謝辞

本研究は JSPE 科研費(No.15H05505)助成およびみずほ学術振興財団の工学研究助成を受けたものであり、感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 道畑正岐, 儲博懐, 趙正, 林晃平, 高増潔, 高橋哲, “Whispering Gallery Mode 共振を用いたマイクロ球の直径計測”, 精密工学会誌, vol.84, no.1 (2018) pp.77-84.
- [2] 福井萬壽夫, 大津元一: 光ナノテクノロジーの基礎, オーム社 (2003).